Code No: 30911

FACULTY OF SCIENCE

B.Sc. (I-Year) Backlog Examinations, March-2020

MATHEMATICS

Paper-I

(Differential Equations and Solid Geometry)

Time: 3 Hours Max Marks: 100

Note:- Answer six questions from Section-A and four questions from Section-B, choosing at least one from each unit. Each question in Section-A carries 6 marks and in Section-B carries 16 marks.

గమనిక –ప్రతి యూనిట్ నుండి కనీసము ఒక ప్రశ్నను యత్నిస్తూ ఎ–విభాగములో 6 ప్రశ్నలకు బి–విభాగములో 4 ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి. విభాగము–ఎ లో ప్రతిప్రశ్నకు 6 మార్కులు, విభాగము–బి లో ప్రతి ప్రశ్నకు 16 మార్కులు.

SECTION-A

(6x6=36 marks)

Unit-I

1. Solve $(Sin\,x\,Cos\,y+e^{2x})dx+(Cos\,x\,Sin\,y+Tan\,y)dy=0$.
   $(Sin\,x\,Cos\,y+e^{2x})dx+(Cos\,x\,Sin\,y+Tan\,y)dy=0$ ను సాధించండి.

2. Define Clairaut's equation and solve $SinPx\,Cosy=CosPx\,Siny+P$.
   క్లైరో సమీకరణంను నిర్వచించండి మరియు $SinPx\,Cosy=CosPx\,Siny+P$ ను సాధించండి.

Unit-II

3. Solve $(D^2+4)y=Cos2x$.
   $(D^2+4)y=Cos2x$ ను సాధించండి.

4. Solve $\frac{dx}{dt}=3e^{-t}$, $\frac{dy}{dt}=x+y$
   $\frac{dx}{dt}=3e^{-t}$, $\frac{dy}{dt}=x+y$ ను సాధించండి.

Unit-III

5. Find the equation of the plane through the points $(1,1,1)$, $(1,-1,1)$, $(-7,-3,-5)$.
   $(1,1,1)$, $(1,-1,1)$, $(-7,-3,-5)$ బిందువుల గుండా పోయే తలం సమీకరణం కనుగొనండి.

6. Define sphere and find the centre and radius of the sphere
   $2x^2+2y^2+2z^2-2x+4y+2z+3=0$.
   గోళంను నిర్వచించండి. మరియు $2x^2+2y^2+2z^2-2x+4y+2z+3=0$ గోళం యొక్క కేంద్రము మరియు వ్యాసార్ధంలను కనుగొనండి.

Unit-IV

7. Find the equation of Cone whose vertex is $(1,2,3)$ and base is $y^2=4ax$, $z=0$..
శీర్షము $(1,2,3)$ మరియు భూవక్రము $y^2=4ax$, $z=0$ గా గల శంఖువు సమీకరణం కనుగొనండి.

8. Find the enveloping Cone of the sphere $x^2+y^2+z^2-2x+4z=1$ with its vertex at $(1,1,1)$.
శీర్షము $(1,1,1)$ వద్ద $x^2+y^2+z^2-2x+4z=1$ గోళం యొక్క స్పర్శీయ శంఖువు సమీకరణం కనుగొనండి.

SECTION-B

(4x16=64 marks)

Unit-I

9. (a) Solve $x^2y\,dx-(x^3+y^3)dy=0$.
$x^2y\,dx-(x^3+y^3)dy=0$ ను సాధించండి.

(b) Solve $x\dfrac{dy}{dx}+y=y^2\log x$.
$x\dfrac{dy}{dx}+y=y^2\log x$ ను సాధించండి.

10. (a) Solve $xy^2(p^2+2)=2py^3+x^3$.
$xy^2(p^2+2)=2py^3+x^3$ను సాధించండి.

(b) Find the orthogonal trajectories of $x^2+y^2=cx$.
$x^2+y^2=cx$ వక్రానికి లంబసంచేదకాలు కనుగొనండి.

Unit-II

11. (a) Solve $(D^2-4D+4)y=x^2+e^x$.
$(D^2-4D+4)y=x^2+e^x$ను సాధించండి.

(b) Solve $\dfrac{d^2y}{dx^2}+3\dfrac{dy}{dx}+2y=Sin\,x$ by the method of undetermined coefficients.
$\dfrac{d^2y}{dx^2}+3\dfrac{dy}{dx}+2y=Sin\,x$ను అనిర్ధారిత గుణకాల పద్ధతిలో సాధించండి.

12. (a) Solve $y''-2y'+y=e^x\log x$ by the method of variation of parameters.
$y''-2y'+y=e^x\log x$ను పరామితుల మార్పు పద్ధతి ద్వారా సాధించండి.

(b) Solve $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}-x\dfrac{dy}{dx}+2y=x\log x$.
$x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}-x\dfrac{dy}{dx}+2y=x\log x$ను సాధించండి.

Unit-III

13. (a) Show that the condition for the lines $x = az + b, y = cz + d; x = a_1 z + b_1, y = c_1 z + d_1$ to be perpendicular is $aa_1+cc_1+1=0$.

$x = az + b, y = cz + d; x = a_1 z + b_1, y = c_1 z + d_1$ అను రేఖలు లంబముగా ఉండటానికి నియమము $aa_1+cc_1+1=0$ అని చూపండి.

(b) Show that the shortest distance between the lines $x+a=2y=-12z$ and $x=y+2a=6z-6a$ is 2a.

$x+a=2y=-12z$ మరియు $x=y+2a=6z-6a$ అను రేఖల మధ్య కనిష్టదూరము 2a అని చూపండి.

14. (a) Find the equation of the sphere having the circle $x^2+y^2+z^2+10y-4z-8=0, x+y+z=3$ as the great circle.

$x^2+y^2+z^2+10y-4z-8=0, x+y+z=3$ అను వృత్తము గురువృత్తముగా గల గోళం సమీకరణం కనుగొనండి.

(b) Show that the plane $2x-2y+z+12=0$ touches the sphere $x^2+y^2+z^2-2x-4y+2z=3$ and find the point of contact.

$x^2+y^2+z^2-2x-4y+2z=3$ అను గోళాన్ని $2x-2y+z+12=0$తలం స్పృశిస్తుందని చూపండి. మరియు స్పర్శ బిందువును కనుగొనండి.

Unit-IV

15. (a) Find the equation to the cone which passes through the three co-ordinates axes as well as two lines $\frac{x}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z}{3}, \frac{x}{3}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{1}$.

మూడు నిరూపకాక్షలు గుండా మరియు $\frac{x}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z}{3}, \frac{x}{3}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{1}$ అను రెండు రేఖలు గుండా పోయే శంఖువు సమీకరణం కనుగొనండి.

(b) Find the angle between the lines of intersection of $x-3y+z=0$ and $x^2-5y^2+z^2=0$.

$x-3y+z=0$ మరియు $x^2-5y^2+z^2=0$ ల ఖండనరేఖల మధ్య కోణమును కనుగొనండి.

16. (a) Find the equation of the cylinder whose generators are parallel to $\frac{x}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z}{3}$ and whose guiding curve is $x^2+2y^2=1, z=3$.

జనకరేఖలు $\frac{x}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z}{3}$ కు సమాంతరంగా, భూవక్రం $x^2+2y^2=1, z=3$గా గల స్థూపం సమీకరణం కనుగొనండి.

(b) Find the equation of the right circular cone with its vertex at the origin, axis along z-axis and semi vertical angle 'α'.

శీర్షము మూలబిందువు, అక్షం z-అక్షంగా మరియు శీర్షార్ధ అర్ధకోణం'α'గాగల లంబవర్తుల శంఖువు సమీకరణం కనుగొనండి.

Code No: 5092/R-16

FACULTY OF SCIENCE

B.Sc. **CBCS** I-Year (II-Semester) Backlog Examinations, December-2020

Mathematics

(Differential Equations)

Time: 2 Hours | Max Marks: 80

Answer any Four questions from the following.. **(4x20=80 Marks)**

ఈక్రిందివానిలో ఏవేని నాలుగు ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయుము.

1. (i) Solve the Differential equation $(xy^2-x^2)dx+(3x^2y^2+x^2y-2x^3+y^2)dy=0$.

   $(xy^2-x^2)dx+(3x^2y^2+x^2y-2x^3+y^2)dy=0$ అవకలన సమీకరణం ను సాదించుము.

   (ii) Solve $\frac{dx}{y-z}=\frac{dy}{z-x}=\frac{dz}{x-y}$.

   $\frac{dx}{y-z}=\frac{dy}{z-x}=\frac{dz}{x-y}$ ను సాదించుము.

2. (i) Reduce the equation $y^2(y-px)=x^4p^2$ to Clairaut's form by the substitution

   $x=1/u$ *and* $y=1/v$ and hence solve the equation.

   $x=1/u$ మరియు $y=1/v$ ప్రతిక్షేపణలను ఉపయోగించి $y^2(y-px)=x^4p^2$ అవకలన సమీకరణాన్ని క్లైరోరూపంలోకి మార్చి సాదించండి.

   (ii) Solve $p^2-7p+10=0$.

   $p^2-7p+10=0$ ను సాదించుము.

3. (i) Solve $y''-3y'+2y=2x^2$.

   $y''-3y'+2y=2x^2$ ను సాధించండి.

   (ii) Solve $y''-y'-2y=\sin 2x$.

   $y''-y'-2y=\sin 2x$ ను సాధించండి.

4. Solve $y''-4y'+y=e^{2x}\cos^2 x$.

   $y''-4y'+y=e^{2x}\cos^2 x$ ను సాధించండి.

5. (i) Solve $y''-2y'+2y=e^x\sin x$ by using the Method of Undetermined Coefficients.

   $y''-2y'+2y=e^x\sin x$ అవకలన సమీకరణం ను అనిర్ధారిత గుణకాల పద్ధతిలో సాధించండి.

   (ii) Solve $y''+y=\operatorname{cosec}x$ by using the Method of Variation of Parameters.

   $y''+y=\operatorname{cosec}x$ అవకలన సమీకరణం ను పరామితుల మార్పు పద్ధతిని ఉపయోగించి సాధించండి.

Contd....2

6. Solve $x^2y'' + 2xy' - 12y = x^3 \log x$

$x^2y'' + 2xy' - 12y = x^3 \log x$ ను సాధించండి.

7. (i) By eliminating the arbitrary functions f and g obtain a partial differential equation from $z = f(x+ct) + g(x-ct)$

$z = f(x+ct) + g(x-ct)$ నుండి

f ,g అనే యాధృచ్ఛిక ప్రమేయాలను తొలగించడం ద్వారా పాక్షిక అవకలన సమీకరణాన్ని రాబట్టండి.

(ii) Solve $(y^2 + z^2)p - xyq + 2x = 0$

$(y^2 + z^2)p - xyq + 2x = 0$ ను సాధించండి.

8. (i) Solve $(mz - ny)p + (nx - lz)q = (ly - mx)$

$(mz - ny)p + (nx - lz)q = (ly - mx)$ ను సాధించండి.

(ii) Solve $z = p^2 + q^2$

$z = p^2 + q^2$ ను సాధించండి.

Code No: 5094/R-16

FACULTY OF SCIENCE

B.Sc. (CBCS) II-Year (IV-Semester) Backlog Examinations, Sep/Oct-2020

Mathematics

(Paper –IV)

Algebra

Time: 2 Hours | Max Marks: 80

Answer any Four from the following questions. **(4x20=80 Marks)**

ఈక్రిందివానిలో ఏవేని నాలుగు ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయుము.

1. Define a group. Define order of a group and order of an element of a group. Find the order of all the elements in Z_{10} with respect to addition modulo 10.
సమూహంను నిర్వచించండి. సమూహపు తరగతిని, సమూహంలోని మూలకపు తరగతిని నిర్వచించండి. 10–మాపక సంకలనం దృష్ట్యా Z_{10} లోని అన్ని మూలకాల తరగతులను కనుక్కోండి.

2. Define Cyclic group and prove that every subgroup of cyclic group is cyclic.
చక్రీయ సమూహాన్ని నిర్వచించండి. చక్రీయ సమూహం యొక్క ప్రతి ఉపసమూహం చక్రీయం అవుతుందని చూపండి.

3. Define cosets of H in group G. State and prove Lagrange's theorem on groups.
సమూహము G లో H యొక్క సహ సమితులను నిర్వచించండి. సమూహములపై లెగ్రాంజ్ సిద్ధాంతాన్ని తెలిపి నిరూపించండి.

4. Determine all homomorphisms from Z_{12} to Z_{30}.
Z_{12} నుంచి Z_{30} కి ఉండే అన్ని సమరూపతలను నిర్ధారించండి.

5. Define ring and integral domain. Define characteristic of a Ring. Show that the characteristic of an integral domain is 0 or prime.
వలయము, పూర్ణాంక ప్రదేశములను నిర్వచించండి. వలయ లాక్షణికాన్ని నిర్వచించండి. ఒక పూర్ణాంక ప్రదేశము లాక్షణికం సున్న లేదా అభాజ్య సంఖ్య అవుతుందని చూపండి.

6. Show that $R[x]/<x^2+1>$ is a field.
$R[x]/<x^2+1>$ క్షేత్రం అని చూపండి.

7. Let ϕ :R→S be a ring homomorphism. Then show that the mapping from R/ker ϕ to $\phi(R)$, given by $r+\ker\phi \to \phi(R)$ is an isomorphism.
ϕ :R→S ఏదేని ఒక వలయ సమరూపత అనుకోండి. అప్పుడు R/ker ϕ నుంచి $\phi(R)$ కు $r+\ker\phi \to \phi(R)$ గా నిర్వచింపబడిన ప్రమేయం తుల్య రూపత అవుతుందని చూపండి.

8. Let $f(x)=4x^3+2x^2+x+3$ and $g(x)=3x^4+3x^3+3x^2+x+4$ where $f(x),g(x)\in Z_5(x)$ compute $f(x)+g(x)$ and $f(x).g(x)$.
$f(x),g(x)\in Z_5(x)$; $f(x)=4x^3+2x^2+x+3$ మరియు $g(x)=3x^4+3x^3+3x^2+x+4$ అయితే $f(x)+g(x)$ మరియు $f(x).g(x)$ లను గణించండి.

Code No: 30922

FACULTY OF SCIENCE

B.Sc. (II-Year) Backlog Examinations, March-2020

MATHEMATICS

Paper-II

(Abstract Algebra and Real Analysis)

Time: 3 Hours | Max Marks: 100

Note:- Answer six questions from Section-A and four questions from Section-B, choosing at least one from each unit. Each question in Section-A carries 6 marks and in Section-B carries 16 marks.

గమనిక –ప్రతి యూనిట్ నుండి కనీసము ఒక ప్రశ్నను యత్నిస్తూ ఎ–విభాగములో 6 ప్రశ్నలకు బి–విభాగములో 4 ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి. విభాగము–ఎ లో ప్రతిప్రశ్నకు 6 మార్కులు, విభాగము–బి లో ప్రతి ప్రశ్నకు 16 మార్కులు.

PART-A **(6x6=36 marks)**

Unit-I

1. Prove that the set $G=\{1,3,5,7\}$ forms an abelian group with respect to multiplication modulo 8.

   $G=\{1,3,5,7\}$ సమితి మాపము 8 తో గుణనము దృష్ట్యా ఒక ఎబీలియన్ (వినిమయ) సమూహం అవుతుందని చూపండి.

2. Define permutation if $\sigma=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\3&1&4&5&6&2\end{pmatrix}$ and $\mu=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\5&2&4&3&1&6\end{pmatrix}\in S_6$ then find (i) $\sigma\mu^2$ (ii) μ^{100}

   ప్రస్తారమును నిర్వచించండి. $\sigma=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\3&1&4&5&6&2\end{pmatrix}$ మరియు $\mu=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\5&2&4&3&1&6\end{pmatrix}$ అయితే (i) $\sigma\mu^2$ (ii) μ^{100} లను కనుక్కోండి.

Unit-II

3. Define unit of a ring R. Find all units of z_{14}.

   వలయం Rలో 'యూనిట్'ను నిర్వచించండి. z_{14} లోని యూనిట్‌లన్నింటిని కనుక్కోండి.

4. Find $q(x)$ and $r(x)\in z_7[x]$ in division algorithm for $f(x)=x^6+3x^5+4x^2-3x+2$ and $g(x)=3x^2+2x-3$ be in $z_7[x]$.

   $z_7[x]$ లో $f(x)=x^6+3x^5+4x^2-3x+2$ మరియు $g(x)=3x^2+2x-3$ లకు భాగహార విశేషవిధిలోని $q(x), r(x)\in z_7[x]$ లను కనుక్కోండి.

Unit-III

5. State limit comparison test. Show that the series $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3+n}$ is convergent.

   అవధి తులనాత్మక పరీక్షను ప్రవచించండి. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3+n}$ శ్రేణి ఒక అభిసరణ శ్రేణి అని చూపండి.

6. Show that every absolute convergent series is convergent.
ప్రతి సంపూర్ణ అభిసరణ శ్రేణి అభిసరిస్తుందని చూపండి.

Unit-IV

7. If $f: I \to R$ has a derivative at $C \in I$, then prove that f is continuous at C.
$f: I \to R$ అనేది $C \in I$ వద్ద అవకలనీయం అయితే C వద్ద f అవిచ్ఛిన్నం అని చూపండి.

8. Evaluate $\lim_{x \to 0^+} x^{Sinx}$.
$\lim_{x \to 0^+} x^{Sinx}$ ను గణించండి.

PART-B **(4x16=64 marks)**

Unit-I

9. (a) Prove that a non-empty subset H of a finite group G is a subgroup of G is a subgroup of $G \Leftrightarrow ab \in H \; \forall \; a,b \in H$.
పరిమిత సమూహం G యొక్క శూన్యేతర ఉపసమితి H ఉపసమూహం $\Leftrightarrow ab \in H \; \forall \; a,b \in H$ అని చూపండి.

(b) Show that every subgroup of cyclic group is cyclic.
చక్రీయ సమూహము యొక్క ప్రతి ఉపసమూహము చక్రీయం అని చూపండి.

10. (a) If $\phi: G \to G'$ is a group homomorphism then show that kernel ϕ is normal Subgroup of G.
$\phi: G \to G'$ సమూహ సమరూపత అయితే కెర్నల్ ϕ అనునది G కి అభిలంబ ఉపసమూహం అని చూపండి.

(b) State and prove Caley's theorem.
కేలే సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపణ చేయండి.

Unit-II

11. (a) Prove that a commutative ring with unity is a field. If and only if , it has only trivial ideals.
తత్సమ సహిత వినిమయ వలయము ఒక క్షేత్రము అవటానికి ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమము దానిలో అల్ప ఆదర్శములు మాత్రమే వుండుట అని నిరూపణ చేయండి.

(b) Show that intersection of two Ideals of a ring R is again an Ideal of R.
ఒక వలయము Rలో రెండు ఆదర్శాల ఛేదనము తిరిగి Rలో ఆదర్శము అవుతుందని చూపండి.

12. (a) Define prime ideal of a ring. If R is commutative ring with unity and P is an Ideal of R then prove that $\frac{R}{P}$ is an integral domain $\Leftrightarrow P$ is an prime Ideal of R.
ఒక వలయములో అభాజ్య ఆదర్శమును నిర్వచించండి. R ఒక తత్సమ సహిత వినిమయ వలయము మరియు P అనునది Rకి ఆదర్శము అయితే $\frac{R}{P}$ పూర్ణాంక ప్రదేశము $\Leftrightarrow P$ అనునది R కి అభాజ్య ఆదర్శము అని చూపండి.

(b) If $\phi_\alpha : z_7(x) \to z_7$ evaluation homomorphism then evaluate

(i) $\phi_3[(x^4+2x)(x^3-3x^2+3]$ (ii) $\phi_2(x^2+3)$.

$\phi_\alpha : z_7(x) \to z_7$ గణన సమరూపత అయితే (i) $\phi_3[(x^4+2x)(x^3-3x^2+3]$ (ii) $\phi_2(x^2+3)$ లను గణించండి.

Unit-III

13. (a) If $f : I \to R$ is continuous on I where I=[a b] with f(a) and f(b) are of opposite signs then prove that there exists c between a and b such that f(c)=0.

I=[a b], $f : I \to R$ అవిచ్ఛిన్నము f(a), f(b) లు వ్యతిరేక గుర్తులు కలిగివుంటే, అపుడు f(c)=0 అయ్యేటట్లు a, b ల మధ్య c వ్యవస్థితం అవుతుందని నిరూపణ చేయండి.

(b) If f(x) is differentiable at x=c then prove that f is continuous at x=c.

x=c వద్ద f(x) అవకలనీయము అయితే అపుడు x=c వద్ద f అవిచ్ఛిన్నము అని చూపండి.

14. (a) Test the convergence of the series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3.5.7.....2n+1}$.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3.5.7.....2n+1}$ అను శ్రేణి యొక్క అభిసరణను పరిశీలించండి.

(b) State and prove Cauchy's n^{th} root test for series.

శ్రేణికి కోషి nవ మూలపరీక్షను ప్రవచించి నిరూపించండి.

Unit-IV

15. (a) State and prove Cauchy's mean value theorem.

కోషి మధ్యమ మూల్య సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపణ చేయండి.

(b) Evaluate $\lim_{x\to 0} \frac{x+\log x}{x\log x}; (0\ \infty)$.

$\lim_{x\to 0} \frac{x+\log x}{x\log x}; (0\ \infty)$ను గణించండి.

16. (a) If $f : [a\ b] \to R$ is continuous on $[a\ b]$ then show that $f \in R[a\ b]$.

$f : [a\ b] \to R$ ప్రమేయం $[a\ b]$ పై అవిచ్ఛిన్నం అయితే $f \in R[a\ b]$ అని చూపండి.

(b) If f(x) $=x^2$ for $x \in [0\ 1]$ then show that $f \in R[0\ 1]$.

f(x) $=x^2$, $x \in [0\ 1]$ అయితే అప్పుడు $f \in R[0\ 1]$ అనిచూపండి.

Code No: 1074/a /R-16

FACULTY OF SCIENCE

B.Sc. CBCS II-Year (IV-Semester) Regular Examinations, December-2020

Theory of Equations (SEC)

Time: 1 ½ Hours

Max Marks: 40

Answer any Two questions from the following. **(2x20=40 marks)**

ఈక్రిందివానిలో ఏవేని రెండు ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయండి.

1. Solve the equation $x^4+2x^3-5x^2+6x+2=0$ which has a root $-2+\sqrt{3}$.

   $x^4+2x^3-5x^2+6x+2=0$ సమీకరణం ఒక మూలం $-2+\sqrt{3}$ అయితే దానిని సాధించండి.

2. Find the nature of the roots of the equation $x^4+15x^2+7x-11=0$.

   సమీకరణం $x^4+15x^2+7x-11=0$ యొక్క మూలాల స్వభావంను కనుక్కోండి.

3. The equation $3x^4-25x^3+50x^2-50x+12=0$ has two roots whose product is 2, find all the roots.

   సమీకరణం $3x^4-25x^3+50x^2-50x+12=0$ యొక్క రెండు మూలాల లబ్ధం 2 అయితే, దాని యొక్క అన్ని మూలాలను కనుక్కోండి.

4. If α,β,γ are the roots of the equation $x^3+px^2+qx+r=0$, then find $\frac{\beta^2+\gamma^2}{\beta\gamma}+\frac{\gamma^2+\alpha^2}{\gamma\alpha}+\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}$.

   $x^3+px^2+qx+r=0$, సమీకరణం మూలాలు α,β,γ అయితే $\frac{\beta^2+\gamma^2}{\beta\gamma}+\frac{\gamma^2+\alpha^2}{\gamma\alpha}+\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}$ విలువను కనుక్కోండి.

Code No: 5094/R-16

FACULTY OF SCIENCE
B.Sc. CBCS II-Year (IV-Semester) Regular Examinations, December-2020
Mathematics
(Algebra)

Time: 2 Hours | Max Marks: 80

Answer any Four questions from the following. (4x20=80 Marks)
ఈక్రిందివానిలో ఏవేని నాలుగు ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయుము.

1. Define a group and subgroup. Let G be a group and H, a non empty subset of G. If $ab^{-1} \in H \, \forall a,b \in H$, then show that H is a subgroup of G.
Let G be an Abelian group under multiplication. Then show that $H = \{x^2 : x \in G\}$ is a subgroup of G.
సమూహము, ఉపసమూహము లను నిర్వచించండి. G ఒక సమూహం, G కి H ఒక శూన్యేతర ఉపసమితి. ప్రతి $a,b \in H$ కి $ab^{-1} \in H$ అయితే H, G కి ఉపసమూహం అవుతుందని చూపండి.
G అనేది గుణకార ఎబీలియన్ సమూహము. $H = \{x^2 : x \in G\}$ అయితే H అనేది G కు ఉపసమూహమని చూపండి.

2. Define cyclic group and generator of a cyclic group. Find the generators of Z_{30}. List the subgroups of Z_{30} and find the order of those subgroups.
చక్రీయ సమూహం, చక్రీయ సమూహం యొక్క జనకమూలకంలను నిర్వచించండి. Z_{30} యొక్క జనక మూలకాలను కనుక్కోండి. Z_{30} యొక్క ఉప సమూహాలను, వాటి తరగతులను కనుక్కోండి.

3. Define cosets of H in group G. State and prove Lagrange's theorem on groups.
సమూహము G లో H యొక్క సహ సమితులను నిర్వచించండి. సమూహములపై లెగ్రాంజ్ సిద్ధాంతాన్ని తెలిపి నిరూపించండి.

4. Let G be a group and let H be a normal subgroup of G. Then show that the set $\frac{G}{H} = \{aH : a \in G\}$ is a group under the operation $(aH)(bH) = abH$.
G ఒక సమూహం, G కి H ఒక అభిలంబ ఉపసమూహం అయితే సమితి $\frac{G}{H} = \{aH : a \in G\}$ $(aH)(bH) = abH$ పరిక్రియ దృష్ట్యా సమూహమని చూపండి.

5. Define ring and integral domain. Define characteristic of a Ring. Show that the characteristic of an integral domain is 0 or prime.
వలయము, పూర్ణాంక ప్రదేశములను నిర్వచించండి. వలయ లాక్షణికాన్ని నిర్వచించండి. ఒక పూర్ణాంక ప్రదేశము లాక్షణికం సున్న లేదా అభాజ్య సంఖ్య అవుతుందని చూపండి.

6. Let R be a commutative ring with unity and let A be an ideal of R. Then show that $\frac{R}{A}$ is a filed if and only if A is maximal.
R తత్సమసహిత వినియమ వలయం, A దానిలో ఆదర్శం అనుకోండి. $\frac{R}{A}$ క్షేత్రం కావడానికి A గరిష్టతమ ఆదర్శం కావడం అవశ్యక పర్యాప్త నియమము అనిచూపండి.

Contd.....2

7. Define Ring homomorphism and kernel of a ring homomorphism. Let ϕ be a ring homomorphism from a ring R to a ring S. Then show that $\ker\phi$ is an ideal of R.
వలయ సమరూపతను, వలయ సమరూపత యొక్క అంతస్థంను నిర్వచించండి. ϕ అనేది వలయం R నుంచి వలయం S కు వలయ సమరూపత అయితే ϕ యొక్క అంతస్థం ($\ker\phi$) R లో ఒక ఆదర్శం అవుతుందని చూపండి.

8. Define Ring of Polynomials over R. Let $f(x)=4x^3+2x^2+x+3$ and $g(x)=3x^4+3x^3+3x^2+x+4$ where $f(x), g(x)\in Z_5(x)$ compute $f(x)+g(x)$ and $f(x).g(x)$.
R పై బహుపదుల వలయాన్ని నిర్వచించండి. $f(x), g(x)\in Z_5(x)$; $f(x)=4x^3+2x^2+x+3$ మరియు $g(x)=3x^4+3x^3+3x^2+x+4$ అయితే $f(x)+g(x)$ మరియు $f(x).g(x)$ లను గణించండి.

Code No: 30933

FACULTY OF SCIENCE

B.Sc. (III-Year) Backlog Examinations, March-2020

MATHEMATICS

Paper-III

(Linear Algebra and Vector Calculus)

Time: 3 Hours

Max Marks: 100

Note:- Answer six questions from Section-A and four questions from Section-B, choosing at least one from each unit. Each question in Section-A carries 6 marks and in Section-B carries 16 marks.

గమనిక –ప్రతి యూనిట్ నుండి కనీసము ఒక ప్రశ్నను యత్నిస్తూ ఎ–విభాగములో 6 ప్రశ్నలకు బి–విభాగములో 4 ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి. విభాగము–ఎ లో ప్రతిప్రశ్నకు 6 మార్కులు, విభాగము–బి లో ప్రతి ప్రశ్నకు 16 మార్కులు.

SECTION-A

(6x6=36 marks)

Unit-I

1. Determine whether or not the following vectors forms a basis of R^3 $(1,1,2),(1,2,5),(5,3,4)$.

   $(1,1,2),(1,2,5),(5,3,4)$ అనే సదిశలు R^3 నకు ఆధారం అగునో కాదో నిర్ధారించుము.

2. Show that the mapping $T:V_3(R)\to V_2(R)$ defined by $T(a,b)=(a+b,a-b,b)$ is a linear transformation from $V_2(R)$ into $V_3(R)$.

   $T:V_3(R)\to V_2(R)$ అను ప్రమేయం $T(a,b)=(a+b,a-b,b)$ గా నిర్వచింపబడితే T ని $V_3(R)$ నుండి $V_2(R)$ కు రుజు పరివర్తన అనిచూపుము.

Unit-II

3. Find the characteristic equation of the matrix $A=\begin{bmatrix}2 & -1 & 1\\ -1 & 2 & -1\\ 1 & -1 & 2\end{bmatrix}$.

   $A=\begin{bmatrix}2 & -1 & 1\\ -1 & 2 & -1\\ 1 & -1 & 2\end{bmatrix}$ మాత్రిక యొక్క లాక్షణిక సమీకరణాన్ని కనుగొనుము.

4. State and prove Triangle inequality in an inner product space.

   అంతర్లబ్ధాంతరాళంలో త్రిభుజ అసమానతను తెలియజేసి నిరూపించుము.

Unit-III

5. Evaluate $\int_C \frac{dx}{x+y}$ where C is the curve $x = at^2, y = 2at, 0 \le t \le 2$.

$\int_C \frac{dx}{x+y}$ ను గణించండి ఇక్కడ వక్రం C $x = at^2, y = 2at, 0 \le t \le 2$

6. Find the length of the curve $x = a\cos\theta, y = a\sin\theta, z = a\theta, 0 \le \theta \le 2\pi$.

$x = a\cos\theta, y = a\sin\theta, z = a\theta, 0 \le \theta \le 2\pi$ అనే వక్రం యొక్క పొడవును కనుగొనుము.

Unit-IV

7. If $x = e^{-t}, y = 2\cos 3t, z = 2\sin 3t$ then find $\frac{d\bar{r}}{dt}$ and $\frac{d^2\bar{r}}{dt^2}$ at $t = 0$.

$x = e^{-t}, y = 2\cos 3t, z = 2\sin 3t$ అయితే $t = 0$ వద్ద $\frac{d\bar{r}}{dt}$ మరియు $\frac{d^2\bar{r}}{dt^2}$ లను కనుక్కోండి.

8. Find $\nabla\phi$ if $\phi = \ln|r|$ where $r = xi + yj + zk$.

$\phi = \ln|r|$ ఐతే $\nabla\phi$ ను కనుగొనుము. ఇక్కడ $r = xi + yj + zk$.

SECTION-B

(4x16=64 marks)

Unit-I

9. Prove that union of two subspace is a subspace $\Leftrightarrow$ one contained in the other

రెండు ఉపాంతరాళాల సమ్మేళనం ఉపాంతరాళం $\Leftrightarrow$ ఒకటి ఇంకొక దానిలో ఉండునని నిరూపింపుము.

10. Let U and V be vector spaces over the field F and let T be a linear transformation from U into V suppose that U is finite dimensional. Then prove that $rank(T) + nullity(T) = \dim U$

క్షేత్రం F పై U మరియు V సదిశాంతరాళాలను తీసుకొనుము. T ను U నుండి V కు రుజుపరివర్తనగా తీసుకొనుము. U పరిమిత పరిమాణ సదిశాంతరాళం అయితే $rank(T) + nullity(T) = \dim U$ అని నిరూపింపుము.

Unit-II

11. Find Eigen values and corresponding Eigen vectors of a matrix $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ మాత్రిక యొక్క లాక్షణిక విలువలు తత్సంబంధిత లాక్షణిక సదిశలను కనుగొనుము.

12. Apply the Gram-Schmidt process to the vectors $\beta_1 = (1,0,1), \beta_2 = (1,0,-1), \beta_3 = (0,3,4)$ to obtain an orthonormal basis for $V_3(R)$ with standard inner product.

అంతర్లబ్ధాంతరాళం $V_3(R)$లో $\beta_1 = (1,0,1), \beta_2 = (1,0,-1), \beta_3 = (0,3,4)$ అనే సదిశలకు Gram-Schmidt పద్ధతిని ఉపయోగించి ఒక లంబాభిలంబ ఆధారాన్ని నిర్మించుము.

Unit-III

13. Evaluate $\iint x^2y^2dxdy$ over the domain $\{(x,y): x \geq 0, y \geq 0, (x^2+y^2) \leq 1\}$.

$\{(x,y): x \geq 0, y \geq 0, (x^2+y^2) \leq 1\}$ ప్రదేశం పైన $\iint x^2y^2dxdy$ను గణించుము.

14. Evaluate $\iint xy(x+y)dxdy$ over the domain bounded by $y = x^2, y = x$.

$y = x^2, y = x$ తో పరిబద్ధమైన ప్రదేశం పైన $\iint xy(x+y)dxdy$ ను గణించండి.

Unit-IV

15. State and prove Gauss theorem.

గౌస్ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించుము.

16. State and prove Stoke's theorem.

స్టోక్స్ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించుము.

Code No: 30943/b

FACULTY OF SCIENCE

B.Sc. (III-Year) Backlog Examinations, March-2020

MATHEMATICS

Paper-IV (B)

(Fourier Series and Integral Transforms)

Time: 3 Hours Max Marks: 100

Note:- Answer six questions from Section-A and four questions from Section-B, choosing at least one from each unit. Each question in Section-A carries 6 marks and in Section-B carries 16 marks.

గమనిక -ప్రతి యూనిట్ నుండి కనీసము ఒక ప్రశ్నను యత్నిస్తూ ఎ-విభాగములో 6 ప్రశ్నలకు బి-విభాగములో 4 ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి. విభాగము-ఎ లో ప్రతిప్రశ్నకు 6 మార్కులు, విభాగము-బి లో ప్రతి ప్రశ్నకు 16 మార్కులు.

PART-A

(6x6=36 marks)

Unit-I

1. Find the Fourier Cosine series of $f(x)=(\pi-x)$ in $0<x<\pi$.
   $0<x<\pi$ లో $f(x)=(\pi-x)$ నకు ఫోరియర్ కొసైన్ శ్రేణిని కనుక్కోండి.

2. Find the Fourier Sine series of $f(x)=x^2$ in $(0,\pi)$.
   $(0,\pi)$ లో $f(x)=x^2$ నకు ఫోరియర్ సైన్ శ్రేణిని కనుక్కోండి.

Unit-II

3. Find $L\{t(3Sin2t-2Cos2t)\}$.
   $L\{t(3Sin2t-2Cos2t)\}$ ని కనుక్కోండి.

4. Evaluate $L^{-1}\left\{\frac{1}{(P+1)(P-2)}\right\}$.
   $L^{-1}\left\{\frac{1}{(P+1)(P-2)}\right\}$ను గణించండి.

Unit-III

5. Find the Fourier Sine transform of e^{-x}.
   e^{-x} కు ఫోరియర్ సైన్ పరివర్తనను కనుక్కోండి.

6. Find the finite Fourier Cosine transform of $f(x)=x$.
   $f(x)=x$ నకు పరిమిత ఫోరియర్ కొసైన్ పరివర్తనను కనుక్కోండి.

Unit-IV

7. Solve $\frac{d^2y}{dt^2}+y=0$ if $y(0)=1, y'(0)=0$
   $\frac{d^2y}{dt^2}+y=0$, $y(0)=1, y'(0)=0$ను సాధించండి.

8. If $y = y(x,t)$, then prove that $L\left\{\frac{\partial y}{\partial t}\right\} = P\bar{y}(x,p) - y(x,0)$.

$y = y(x,t)$ అయితే $L\left\{\frac{\partial y}{\partial t}\right\} = P\bar{y}(x,p) - y(x,0)$ అనిచూపండి.

PART-B

(4x16=64 marks)

Unit-I

9. Find the Fourier series of the function $f(x) = x\sin x$. Hence deduce

$\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{1.3} - \frac{1}{3.5} + \ldots\ldots\ldots$.

$f(x) = x\sin x$ అను ప్రమేయానికి ఫోరియర్ శ్రేణిని కనుక్కొని, తద్వారా $\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{1.3} - \frac{1}{3.5} + \ldots\ldots\ldots$ అని చూపండి.

10. Find the Fourier series of the function $f(x) = \begin{cases} -\pi, & -\pi < x < 0 \\ x, & 0 < x < \pi \end{cases}$ hence deduce that

$\frac{\pi^2}{8} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \ldots$.

$f(x) = \begin{cases} -\pi, & -\pi < x < 0 \\ x, & 0 < x < \pi \end{cases}$ ప్రమేయానికి ఫోరియర్ శ్రేణిని కనుక్కొని,తద్వారా $\frac{\pi^2}{8} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \ldots$ అనిచూపండి.

Unit-II

11. (a) Show that $\int_0^\infty te^{-3t}\, Sin\, dt = \frac{3}{50}$.

$\int_0^\infty te^{-3t}\, Sin\, dt = \frac{3}{50}$ అనిచూపండి.

(b) If $L\{F(t)\} = f(p)$ then prove that $L\{F(at)\} = \frac{1}{a} f(\frac{p}{a})$

$L\{F(t)\} = f(p)$ అయితే $L\{F(at)\} = \frac{1}{a} f(\frac{p}{a})$ అని చూపండి.

12. (a) Use the convolution theorem, find $L^{-1}\left\{\frac{1}{(p-2)(p^2+1)}\right\}$

కనవల్యూషన్ సిద్ధాంతంను ఉపయోగించి $L^{-1}\left\{\frac{1}{(p-2)(p^2+1)}\right\}$ ను కనుక్కోండి.

(b) If $L^{-1}\{f(p)\}=F(t)$, then prove that $L^{-1}\{f(p-a)\}=e^{at}F(t)$,

$L^{-1}\{f(p)\}=F(t)$, అయితే $L^{-1}\{f(p-a)\}=e^{at}F(t)$, అని చూపండి.

Unit-III

13. Find the Fourier transform of $F(x)=\begin{cases}1-x^2, & |x|\le 1\\ 0, & |x|>1\end{cases}$ and hence evaluate

$$\int_0^\infty\left(\frac{xCosx-Sinx}{x^3}\right)Cos\left(\frac{x}{2}\right)dx.$$

$F(x)=\begin{cases}1-x^2, & |x|\le 1\\ 0, & |x|>1\end{cases}$ కు ఫోరియర్ పరివర్తనను కనుక్కొని, తద్వార $\int_0^\infty\left(\frac{xCosx-Sinx}{x^3}\right)Cos\left(\frac{x}{2}\right)dx$ ని గణించండి..

14. (a) Find the Sine transform of e^x.

e^x కు సైన్ పరివర్తనను కనుక్కోండి.

(b) Find the finite cosine transform of $f(x)=\frac{\pi}{3}-x+\frac{x^2}{2\pi}$.

$f(x)=\frac{\pi}{3}-x+\frac{x^2}{2\pi}$ కు పరిమిత కొసైన్ పరివర్తనను కనుక్కోండి.

Unit-IV

15. Solve $(D-2)x-(D+1)y=6e^{3t},(2D-3)x+(D-3)y=6e^{3t}$, if $x(0)=3, y(0)=0$.

$(D-2)x-(D+1)y=6e^{3t},(2D-3)x+(D-3)y=6e^{3t}$, $x(0)=3, y(0)=0$ ను సాధించండి.

16. Solve $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=xt, y(x,0)=0, y(0,t)=0, (\frac{\partial y}{\partial t})_{t=0}=0$.

$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=xt, y(x,0)=0, y(0,t)=0, (\frac{\partial y}{\partial t})_{t=0}=0$ ని సాధించండి.

Code No: 30943/b

FACULTY OF SCIENCE

B.Sc. (III-Year) Backlog Examinations, March-2020

MATHEMATICS

Paper-IV (B)

(Fourier Series and Integral Transforms)

Time: 3 Hours Max Marks: 100

Note:- Answer six questions from Section-A and four questions from Section-B, choosing at least one from each unit. Each question in Section-A carries 6 marks and in Section-B carries 16 marks.

గమనిక –ప్రతి యూనిట్ నుండి కనీసము ఒక ప్రశ్నను యత్నిస్తూ ఎ–విభాగములో 6 ప్రశ్నలకు బి–విభాగములో 4 ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి. విభాగము–ఎ లో ప్రతిప్రశ్నకు 6 మార్కులు, విభాగము–బి లో ప్రతి ప్రశ్నకు 16 మార్కులు.

PART-A

(6x6=36 marks)

Unit-I

1. Find the Fourier Cosine series of $f(x)=(\pi-x)$ in $0<x<\pi$.
   $0<x<\pi$ లో $f(x)=(\pi-x)$ నకు ఫోరియర్ కొసైన్ శ్రేణిని కనుక్కోండి.

2. Find the Fourier Sine series of $f(x)=x^2$ in $(0,\pi)$.
   $(0,\pi)$ లో $f(x)=x^2$ నకు ఫోరియర్ సైన్ శ్రేణిని కనుక్కోండి.

Unit-II

3. Find $L\{t(3Sin2t-2Cos2t)\}$.
   $L\{t(3Sin2t-2Cos2t)\}$ ని కనుక్కోండి.

4. Evaluate $L^{-1}\left\{\frac{1}{(P+1)(P-2)}\right\}$.
   $L^{-1}\left\{\frac{1}{(P+1)(P-2)}\right\}$ను గణించండి.

Unit-III

5. Find the Fourier Sine transform of e^{-x}.
   e^{-x} కు ఫోరియర్ సైన్ పరివర్తనను కనుక్కోండి.

6. Find the finite Fourier Cosine transform of $f(x)=x$.
   $f(x)=x$ నకు పరిమిత ఫోరియర్ కొసైన్ పరివర్తనను కనుక్కోండి.

Unit-IV

7. Solve $\frac{d^2y}{dt^2}+y=0$ if $y(0)=1, y'(0)=0$
   $\frac{d^2y}{dt^2}+y=0$, $y(0)=1, y'(0)=0$ను సాధించండి.

8. If $y = y(x,t)$, then prove that $L\left\{\frac{\partial y}{\partial t}\right\} = P\bar{y}(x,p) - y(x,0)$.

$y = y(x,t)$ అయితే $L\left\{\frac{\partial y}{\partial t}\right\} = P\bar{y}(x,p) - y(x,0)$ అనిచూపండి.

PART-B

(4x16=64 marks)

Unit-I

9. Find the Fourier series of the function $f(x) = x\sin x$. Hence deduce

$\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{1.3} - \frac{1}{3.5} + \ldots\ldots\ldots$.

$f(x) = x\sin x$ అను ప్రమేయానికి ఫోరియర్ శ్రేణిని కనుక్కొని, తద్వారా $\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{1.3} - \frac{1}{3.5} + \ldots\ldots\ldots$ అని చూపండి.

10. Find the Fourier series of the function $f(x) = \begin{cases} -\pi, & -\pi < x < 0 \\ x, & 0 < x < \pi \end{cases}$ hence deduce that

$\frac{\pi^2}{8} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \ldots\ldots$.

$f(x) = \begin{cases} -\pi, & -\pi < x < 0 \\ x, & 0 < x < \pi \end{cases}$ ప్రమేయానికి ఫోరియర్ శ్రేణిని కనుక్కొని,తద్వారా $\frac{\pi^2}{8} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + ..$ అనిచూపండి.

Unit-II

11. (a) Show that $\int_0^\infty te^{-3t}\, Sin\, dt = \frac{3}{50}$.

$\int_0^\infty te^{-3t}\, Sin\, dt = \frac{3}{50}$ అనిచూపండి.

(b) If $L\{F(t)\} = f(p)$ then prove that $L\{F(at)\} = \frac{1}{a} f(\frac{p}{a})$

$L\{F(t)\} = f(p)$ అయితే $L\{F(at)\} = \frac{1}{a} f(\frac{p}{a})$ అని చూపండి.

12. (a) Use the convolution theorem, find $L^{-1}\left\{\frac{1}{(p-2)(p^2+1)}\right\}$

కనవల్యూషన్ సిద్ధాంతంను ఉపయోగించి $L^{-1}\left\{\frac{1}{(p-2)(p^2+1)}\right\}$ ను కనుక్కోండి.

(b) If $L^{-1}\{f(p)\}=F(t)$, then prove that $L^{-1}\{f(p-a)\}=e^{at}F(t)$,

$L^{-1}\{f(p)\}=F(t)$, అయితే $L^{-1}\{f(p-a)\}=e^{at}F(t)$, అని చూపండి.

Unit-III

13. Find the Fourier transform of $F(x)=\begin{cases}1-x^2, & |x|\le 1\\ 0, & |x|>1\end{cases}$ and hence evaluate

$$\int_0^\infty\left(\frac{xCosx-Sinx}{x^3}\right)Cos\left(\frac{x}{2}\right)dx.$$

$F(x)=\begin{cases}1-x^2, & |x|\le 1\\ 0, & |x|>1\end{cases}$ కు ఫోరియర్ పరివర్తనను కనుక్కొని, తద్వార $\int_0^\infty\left(\frac{xCosx-Sinx}{x^3}\right)Cos\left(\frac{x}{2}\right)dx$ ని గణించండి..

14. (a) Find the Sine transform of e^x.

e^x కు సైన్ పరివర్తనను కనుక్కోండి.

(b) Find the finite cosine transform of $f(x)=\frac{\pi}{3}-x+\frac{x^2}{2\pi}$.

$f(x)=\frac{\pi}{3}-x+\frac{x^2}{2\pi}$ కు పరిమిత కొసైన్ పరివర్తనను కనుక్కోండి.

Unit-IV

15. Solve $(D-2)x-(D+1)y=6e^{3t},(2D-3)x+(D-3)y=6e^{3t}$, if $x(0)=3, y(0)=0$.

$(D-2)x-(D+1)y=6e^{3t},(2D-3)x+(D-3)y=6e^{3t}$, $x(0)=3, y(0)=0$ను సాధించండి.

16. Solve $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=xt, y(x,0)=0, y(0,t)=0, (\frac{\partial y}{\partial t})_{t=0}=0$.

$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=xt, y(x,0)=0, y(0,t)=0, (\frac{\partial y}{\partial t})_{t=0}=0$ ని సాధించండి.

Code No: 50916

FACULTY OF SCIENCE

B.Sc.(CBCS) III-Year, VI-Semester Regular Examinations, May/June-2019

MATHEMATICS

(Paper-VII)

Numerical Analysis

Time: 2 ½ Hours

Max Marks: 60

SECTION-A

(3x5=15 Marks)

(Show Answer Type) స్వల్ప సమాధాన ప్రశ్నలు

Answer all the questions

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయండి.

1. Use a fixed-point iteration method to determine a solution. Accurate to within 10^{-2} for $x^3 - x - 1 = 0$ on $[1, 2]$. Use $P_0 = 1$.

   $[1, 2]$ పై $x^3 - x - 1 = 0$, $P_0 = 1$ కి స్థిరబిందు పునరుక్త పద్ధతిని ఉపయోగించి 10^{-2} వరకు యధార్థత కలిగిన సాధనను కనుగొనండి.

2. Construct the interpolation polynomial of degree atmost one to approximate $f(0.45)$ for the function $f(x) = \cos x, x_0 = 0, x_1 = 0.6$ and $x_2 = 0.9$. Find also absolute error.

   $f(x) = \cos x, x_0 = 0, x_1 = 0.6$ మరియు $x_2 = 0.9$ అయితే ప్రమేయం $f(x)$ కి గరిష్ట తరగతి ఒకటి గల అంతర్వేశ బహుపదిని నిర్మించి $f(0.45)$ ఉజ్జాయింపుని, పరమ దోషాన్ని కనుగొనండి.

3. Use forward difference formula and backward difference formula to determine each missing entry in the following table.

   క్రింది పట్టికలో లోపించిన పదాలను పురోగమన బేధసూత్రం, తిరోగమన బేధసూత్రాల ద్వారా కనుగొనండి.

x	0.5	0.6	0.7
$f(x)$	0.4794	0.5646	0.6442
$f'(x)$	-	-	-

SECTION-B

(3x15=45 Marks)

(Essay Answer Type) వ్యాసరూప ప్రశ్నలు

Answer all the questions

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయండి.

4. (a) Show that $f(x) = x^3 + 4x^2 - 10 = 0$ has a root in $[1, 2]$ and use the Bisection method to determine an approximation to the root that is accurate to at least with in 10^{-3}.

   $f(x) = x^3 + 4x^2 - 10 = 0$ సమీకరణపు మూలం $[1, 2]$ అంతరంలో ఉందనిచూపి మరియు సమద్విఖండన పద్ధతి ద్వారా యదార్థత 10^{-3} వరకు కల్గిన మూలం ఉజ్జాయింపు విలువను కనుగొనండి.

   (OR) / లేదా

   (b) Using Muller's method find approximations to with in 10^{-4} to all zeros of the polynomial $f(x) = x^3 - x - 1$.

   $f(x) = x^3 - x - 1$ బహుపదికి ముల్లర్ పద్ధతిని ఉపయోగించి యదార్థత 10^{-4} వరకు ఉన్న అన్ని శూన్యాలను కనుగొనండి.

Contd....2

5. (a) Use Neville's method to approximate $\sqrt{3}$ using the function $f(x)=3^x$ and the values $x_0=-2, x_1=-1, x_2=0, x_3=1$ and $x_4=2$.

ప్రమేయం $f(x)=3^x$ యొక్క విలువలు $x_0=-2, x_1=-1, x_2=0, x_3=1$ మరియు $x_4=2$ లనుండి నెవిల్లే పద్ధతిని ఉపయోగించి $\sqrt{3}$ యొక్క ఉజ్జాయింపు విలువ కనుగొనండి.

(OR) / లేదా

(b) Use the Hermite polynomial that agrees with the data given below to find approximate value of $f(1.5)$.

క్రింది దత్తాంశాన్ని సంతృప్తిపరిచే హెర్మైట్ బహుపదిని ఉపయోగించి $f(1.5)$ యొక్క ఉజ్జాయింపు విలువను కనుగొనండి.

x	$f(x)$	$f'(x)$
1.3	0.6200860	-0.5220232
1.6	0.4554022	-0.5698959
1.9	0.2818186	-0.5811571

6. (a) Compare the Trapezoidal rule and Simpson's rule approximations to $\int_0^2 f(x)dx$ when $f(x)$ is

(i) x^2 (ii) e^x (iii) $Sin\, x$

క్రింద $f(x)$ నకు $\int_0^2 f(x)dx$ యొక్క ట్రెపాజాయిడల్ మరియు సింప్సన్ నియమాల ఉజ్జాయింపులను పోల్చండి.

(i) x^2 (ii) e^x (iii) $Sin\, x$

(OR) / లేదా

(b) Use Romberg Integration to compute $R_{3,3}$ for the integral $\int_1^{1.5} x^2 \log x\, dx$.

రోంబర్గ్ సమాకలనం ఉపయోగించి $\int_1^{1.5} x^2 \log x\, dx$ సమాకలనికి $R_{3,3}$ ని కనుగొనండి.

Code No: 50916/b

FACULTY OF SCIENCE

B.Sc.(CBCS) III-Year (VI-Semester) Regular Examinations, May/June-2019

MATHEMATICS-VIII (b)

Vector Calculus (Elective)

Time: 2 ½ Hours

Max Marks: 60

PART-A

(Show Answer Type) స్వల్పరూప సమాధానములు (3x5 = 15 Marks)

Answer all the questions

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయండి.

1. Find the line integral $\oint_C \bar{r} \times d\bar{r}$ where the curve C is the ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ taken in an anti clockwise direction.

   రేఖీయ సమాకలని $\oint_C \bar{r} \times d\bar{r}$ ను కనుగొనండి. ఇక్కడ వక్రం C అనునది అపసవ్య దిశలో తీసుకొన్న $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ దీర్ఘవృత్తము.

2. Define gradient of a scalar field and find the unit normal to the surface $y = x + z^2$ at the point $(1, 2, 1)$.

   అదిశా క్షేత్రం యొక్క వాలును నిర్వచించండి మరియు బిందువు $(1, 2, 1)$ వద్ద $y = x + z^2$ తలానికి యూనిట్ అభిలంబం కనుగొనండి.

3. Define Laplacian of a scalar field and find the Laplacian $\nabla^2\phi$ for the scalar field $\phi = x^2 + xy + yz^2$.

   అదిశా క్షేత్రం యొక్క లాప్లాషియన్‌ను నిర్వచించండి మరియు అదిశా క్షేత్రం $\phi = x^2 + xy + yz^2$ నకు లాప్లాషియన్ $\nabla^2\phi$ ను కనుగొనండి.

PART-B

(Essay Answer Type) వ్యాసరూప సమాధానములు (3x15 = 45 Marks)

Answer all the questions

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయండి.

4. (a) Define line integral and conservative vector field. Evaluate the line integral of the vector field $\bar{F} = (5z^2, 2x, x+2y)$ along the straight line joining the points $(0,0,0)$ and $(1,1,1)$. Is $\bar{F}$ a conservative vector field.

   రేఖీయ సమాకలని మరియు నిత్యత్వ బలక్షేత్రంలను నిర్వచించండి. $(0,0,0)$ మరియు $(1,1,1)$ బిందువులను కలిపే సరళరేఖ వెంబడి సదిశాక్షేత్రం $\bar{F} = (5z^2, 2x, x+2y)$ యొక్క రేఖీయ సమాకలనిని కనుగొనండి. $\bar{F}$ నిత్యత్వ సదిశా క్షేత్రం అవుతుందా.

   (OR) / లేదా

   (b) Find the surface integral of the vector field $\bar{u} = (x, z, -y)$ over the curved surface of the cylinder $x^2 + y^2 = 1$ lying between $z = 0$ and $z = 1$.

   $z = 0$ మరియు $z = 1$ లమధ్య ఇమిడియున్న స్థూపం $x^2 + y^2 = 1$ యొక్క వక్రతలంపై సదిశాక్షేత్రం $\bar{u} = (x, z, -y)$ యొక్క తలీయ సమాకలనిని కనుగొనండి.

Contd... 2

5. (a) Find the volume of the tetrahedron with vertices at $(0,0,0), (a,0,0), (0,b,0)$ and $(0,0,c)$

$(0,0,0), (a,0,0), (0,b,0)$ మరియు $(0,0,c)$ శీర్షాలుగా కల్గిన చతుర్ముఖి యొక్క ఘనపరిమాణం [illegible]

(OR) / లేదా

(b) Find the directional derivative of $f = xyz$ at the point $(1,2,3)$ in the direction of the vector $(1,1,0)$ and also show that the vector field $\overline{F} = (2x+y, x, 2z)$ is conservative.

$f = xyz$ నకు బిందువు $(1,2,3)$ వద్ద సదిశ $(1,1,0)$ దిశలో ధైశిక వ్యుత్పన్నం కనుగొనండి మరియు సదిశ క్షేత్రం $\overline{F} = (2x+y, x, 2z)$ నిత్యత్వ క్షేత్రం అని చూపండి.

6. (a) Find both divergence and the curl of the vector fields

(i) $\overline{u} = (y, z, x)$ (ii) $\overline{v} = (xyz, z^2, x-y)$

సదిశా క్షేత్రాలు (i) $\overline{u} = (y, z, x)$ (ii) $\overline{v} = (xyz, z^2, x-y)$ లకు అపసరణం మరియు కర్ల్‌లను [illegible]

(OR) / లేదా

(b) Define Irrotational Vector. Show that $\overline{u} = (y^2 z, -z^2 \sin y + 2xyz, 2z\cos y + y^2 x)$ is irrotational and find the corresponding potential function. Hence find the value of the line integral of $\overline{u}$ along the curve $x = \sin \pi/2, y = t^2 - t, z = t^4, 0 \le t \le 1$.

భ్రమణరహితాత్మక సదిశను నిర్వచించండి. $\overline{u} = (y^2 z, -z^2 \sin y + 2xyz, 2z\cos y + y^2 x)$ భ్రమణ రహితాత్మకము అనిచూపండి మరియు దీనికి సంబంధించిన పొటెన్షియల్ ప్రమేయం కనుగొనండి. తద్వారా $x = \sin \pi/2, y = t^2 - t, z = t^4, 0 \le t \le 1$ వక్రంపై $\overline{u}$ యొక్క రేఖీయ సమాకలనిని కనుగొనండి.

Code No: 50534

FACULTY OF SCIENCE

M.Sc. Mathematics (CBCS & Non-CBCS) IV-Semester Examinations, April/May-2019

Paper –III: **Banach Algebra**

Time: 3 Hours Max Marks: 80

SECTION -A

(Short Answer Type) (4x5=20 Marks)

Answer these questions at one place only

1. Let A be a Banach Algebra with unity 1.
   If $x \in A$ and $R = R_x$ is a resolvent function.
   From $P(x) \to A$ then prove that
   $R(\lambda) - R(\mu) = -(\lambda - \mu)R(\lambda)R(\mu)$
   For all $\lambda, \mu \in P(x)$
2. Let E be a normed space, let $T \in L(E)$ where $L(E)$ is a normed algebra with unity element and suppose that T is bounded below then prove that $\overline{T(E_1)}$ is a nighbourhood of zero where $E_1 = \{x \in E : \|x\| \le 1\}$.
3. Let A be a C^*–algebra with unity. If a is any element of A then prove that there exists a normalized state f on A such that $f(a^*a) = \|a^*a\|$.
4. Prove that the following conditions of T are equivalent
   (a) $\sigma(T)$ is spectral set for T.
   (b) $\|f(T)\| = r(f(T))$ for all $f \in C(t : \sigma(T))$.

SECTION-B

(Essay Answer Type) (4x15=60 Marks)

Answer the following questions in not exceeding 90 lines each

5. (a) Let A be a Banach Algebra with unity element 1. If $z \in A$ and $\|z\| < 1$ then $1 - z$ is invertible. Explicitly the sequence $y_n = 1 + z + z^2 + ... + z^{n-1}$ converges to a limit y –formally and writes $y = \sum_{n=0}^{\infty} z^n$ and $(1-z)y = y(1-z) = 1$ thus $1 - z$ is invertible with inverse $(1-z)^{-1} = \sum_{n=0}^{\infty} z^n$. Moreover $\|(1-z)^{-1}\| \le \frac{1}{1-\|z\|}$.

   (OR)

   (b) Stae and prove Gel'fand-mazur theorem.

6. (a) State and prove Gelfand representation theorem.

   (OR)

   (b) Let A is an associative algebra with unity element 1, over the field C of complex numbers. If $x \in A$ and $\sigma(x) \ne \phi$ then $\sigma(P(x) = P(\sigma(x))$ for all P in $C[t]$. For nonconstant P, the formula holds even if $\sigma(x) = \phi$.

7. (a) Prove that a C^*-algbera without unity may be embedded in a C^*-algebra with unity.

   (OR)

   (b) Let A be a C^*–algebra with unity and let f be a linear form on A then the following conditions on f are equivalent (i) f is a state (ii) f is continuous and $\|f\| = f(1)$.

8. (a) Let A be a C^*–algebra with unity and suppose $a \in A$ is normal then prove that $(f * g) = f(g(a))$ whenever $g \in \varsigma(\sigma((a))$ and $f \in \varsigma(\sigma(g(a)))$.

   (OR)

   (b) If T is a spectral set for T and if $f \in C(t;T)$ then prove that $f(T)$ is a spectral set for $f(T)$.

Code No: 50554/N

FACULTY OF SCIENCE

M.Sc. Mathematics (CBCS) IV-Semester (Regular & Backlog) Examinations, April/May-2019

Paper –V: **Calculus of Variations**

Time: 3 Hours Max Marks: 80

SECTION -A

(Short Answer Type) **(4x5=20 Marks)**

Answer these questions at one place only

1. Define a functional and variation of a functional.
2. Define Brachistochrone problem.
3. Find the extremals of the functional $V[y(x)]=\int_{x_0}^{x_1}\left[16y^2-y''^2+x^2\right]dx$.
4. Derive the differential equation of motion of simple pendulum using Lagrange's equation.

SECTION-B

(Essay Answer Type) **(4x15=60 Marks)**

Answer the following questions in not exceeding 90 lines each

5. (a) Derive Euler's equation for the functional of the form

$$V[y(x)]=\int_{x_0}^{x_1}F(x,y,y')dx,\ y(x_0)=y_0,\ y(x_1)=y_1.$$

(OR)

(b) Show that the extremals of the functional $\int_{x_0}^{x_1}\frac{1+y'^2}{x}dx$ are the family of circles whose centre on x–axis.

6. (a) Find the curve with specified boundary points whose rotation about the axis of abscissa generates a surface of maximum area.

(OR)

(b) Find the extremals of the functionals $V[y(x),z(x)]=\int_{x_0}^{x_1}\left[2yz-2y^2+y'^2-z'^2\right]dx$.

7. (a) State the isometric problem and obtain its solution using the principle of variational calculus.

(OR)

(b) Derive the Euler's Poisson equation.

8. (a) State and prove Hamilton's principle.

(OR)

(b) Derive Lagrange's equation, using Hamilton's principle.

Code No: 50554/O

FACULTY OF SCIENCE

M.Sc. Mathematics (Non-CBCS) IV-Semester Backlog Examinations, April/May-2019

Paper –V: **Calculus of Variations**

Time: 3 Hours

Max Marks: 80

SECTION -A

(Short Answer Type) **(4x5=20 Marks)**

Answer these questions at one place only

1. State and prove the fundamental Lemma of calculus of variation.
2. What is Brachistochrone problem?
3. Find the extremals of the functional

   $V[y(x)]=\int_0^1 (1+y''^2)dx$ with $y(0)=0, y'(0)=1, y(1)=1, y'(1)=1$
4. State and prove Hamilton's Principle.

SECTION-B

(Essay Answer Type) **(4x15=60 Marks)**

Answer the following questions in not exceeding 90 lines each

5. (a) Derive Euler's equation.

   (OR)

   (b) Find the extremal of the functional $V[y(x)]=\int_0^1 (1+y''^2)dx$. Subject to the conditions,

   $y(0)=0, y'(0)=1, y(1)=1, y'(1)=1$.

6. (a) State the minimum-surface of revolution problem as a variational problem and solve it.

   (OR)

   (b) Find the extremals of the functional

   $$V[y_1(x), y_2(x)]=\int_0^{\pi/2}[y_1'^2+y_2'^2+2y_1y_2]dx$$

   $$y_1(0)=0, y_1(\pi/2)=1^0,\ y_2(0)=0,\ y_2(\pi/2)=-1$$

7. (a) State isoperimetric problem. Find the extremals of the isoperimetric problem $V[y(x)]=\int_{x_0}^{x} y'^2 dx$

   given that $\int_{x_0}^{x_1} y\,dx=a$ (constant).

   (OR)

   (b) Find the extremals of the functional

   $$V[y(x)]=\int_{-\alpha}^{\alpha}\left[\frac{1}{2}Ky''^2+ey\right]dx;\ y(-\alpha)=0, y'(-\alpha)=0, y(\alpha)=0, y'(\alpha)=0.$$

8. (a) Derive Euler Poisson Equation.

   (OR)

   (b) Derive Hamilton's equations of motion.